

**Кисельов В.Б.**

Таврійський національний університет імені В.І. Вернадського

**Лановий О.Т.**

Національний транспортний університет

**Кошарний О.М.**

Національний транспортний університет

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ФУНКЦІОНУВАННЯ МЕРЕЖІ АВТОМОБІЛЬНИХ ДОРІГ НА ЕКОНОМІКУ УКРАЇНИ

*Мета статті полягає в розробці математичних моделей впливу функціонування мережі автомобільних доріг на економіку України, визначенні напрямів макроекономічної ефективності функціонування мережі автомобільних доріг. Метою функціонування мережі автомобільних доріг загального користування є забезпечення рівномірного наземного доступу в усі регіони країни, а також безпечного й надійного переміщення людей і транспортування вантажів із належною ефективністю. Автомобільні дороги є однією з підсистем транспортної системи України, яка, у свою чергу, є елементом економічної системи країни. Вони є суспільним продуктом, мають вагоме значення, надаючи суспільству послугу, що приносить йому суттєву вигоду. Постійне недофінансування призводить до так названих «недоремонтів» доріг. У результаті виконання дослідження встановлено, що головними напрямками визначення ефективності макrorівня функціонування мережі автомобільних доріг є аналіз впливу функціонування мережі автомобільних доріг на макродинаміку розвитку країни; установлення співвідношення валового внутрішнього продукту й чистого національного продукту залежно від впливу функціонування мережі автомобільних доріг на макроекономічному рівні; аналіз залежності «інвестиції – функціонування мережі автомобільних доріг – чистий національний продукт»; розробка дискретної моделі макродинаміки розвитку мережі автомобільних доріг. Це дає змогу розробити основу для створення ефективної системи прогнозування й управління функціонуванням і розвитком мережі автомобільних доріг. Аналіз функціонування мережі автомобільних доріг дав можливість уявити його як частину суспільно-економічної системи відтворення макропоказників функціонування економічної системи країни – чистого національного продукту й національного доходу; це дає змогу зробити синтез моделей прогнозування розвитку мережі автомобільних доріг, у тому числі проаналізувати темпи та пропорції суспільно-економічного відтворення; розробити основи прогнозування розвитку мережі автомобільних доріг; визначити принципи та критерії оптимізації суспільно-економічної ефективності функціонування мережі автомобільних доріг як основу для створення ефективної системи прогнозування й управління функціонуванням і розвитком мережі автомобільних доріг.*

**Ключові слова:** математичне моделювання мережа автомобільних доріг загального користування, транспортна система України, макrorівень функціонування економічної системи країни, ефективність функціонування, валовий внутрішній продукт, чистий національний продукт, національний дохід, міжнародні транспортні коридори.

**Постановка проблеми.** Метою функціонування мережі автомобільних доріг загального користування є забезпечення рівномірного наземного доступу в усі регіони країни, а також безпечного й надійного переміщення людей і транспортування вантажів із належною ефективністю. Автомобільні дороги є однією з підсистем транспортної системи України, яка, у свою чергу, є елементом економічної системи країни. Вони є суспільним продуктом, мають вагоме значення, надаючи суспільству послугу, що приносить йому суттєву вигоду.

Існує непрямий ефект, тобто існує опосередкований вплив функціонування мережі автомобільних доріг на розвиток інших галузей та економіки країни в цілому. Отже, потрібно вміти прогнозувати макроекономічну ефективність функціонування мережі автомобільних доріг у транспортній системі України через оцінку впливу функціонування мережі доріг на економічну систему суспільства.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Питанням функціонування мережі автомобільних доріг, їх впливу на економічну систему суспільства

приділяла увагу вчена спільнота [1–10]. У роботі [1] визначено чинники, які визначають утрати транзитних вантажопотоків і потребують вирішення на загальнодержавному рівні та докорінного реформування транспортної сфери в цілому. Наведено потенційні можливості до залучення додаткових транзитних потоків. Розроблена методика до залучення додаткових транзитних потоків. У праці [2] розроблено комплексний показник оцінки якості, який включає агреговані, блочні й одиничні критерії, дає змогу оцінити якість транспортного обслуговування. У роботі [3] запропоновано використання нових моделей, методів та алгоритмів для безперервного підвищення якості проектів, розроблених на основі міжнародних стандартів. У праці [4] розроблена методика розміщення транзитного терміналу, яка забезпечує зниження транспортної роботи й підвищення ефективності при транзитних перевезеннях. Запропонована оцінка ресурсного забезпечення функціонування та необхідності розвитку мережі автомобільних доріг у транспортній системі регіону «автомобільні дороги державного та місцевого значення – національні та міжнародні транспортні потоки». У роботі [5] наведено методику проектного аналізу вибору проектів перевезення вантажів на проектно-орієнтованих підприємствах, основна діяльність яких зосереджена в галузі міжнародних перевезень, розроблена з урахуванням якості за критеріями. У праці [6] викладено рекомендації щодо подальшого розвитку інтеграції національних транспортно-логістичних кластерів у міжнародну транспортну систему з використанням міжнародних транспортних коридорів.

Розроблено модель прогнозування необхідних обсягів ресурсного забезпечення виконання дорожніх робіт на підставі визначеного попиту з боку користувачів автомобільних міжнародних транспортних коридорів. У роботі [7] показано модель N-критеріальних оцінок прийняття оптимального рішення, розроблену з урахуванням важливості набору критеріїв, якими визначається якість транспортного обслуговування як продукту проекту. Удосконалено N-модель прийняття оптимального рішення щодо важливості критеріїв з урахуванням експертної інформації. У праці [8] запропоновано методи математичного програмування для проектування транзитних транспортних мереж. Розроблено метод формування системи управління функціонуванням і розвитком мережі автомобільних міжнародних транспортних коридорів на основі суспільно-економічного прогнозування у вигляді ієрархічної структури елементів і їх взаємозв'язків. У роботі [9] наве-

дено різноманітні методи вирішення проблем побудови оптимальних маршрутів транспортних перевезень. Розроблено методологію визначення ефективності функціонування мережі автомобільних міжнародних транспортних коридорів. У праці [10] надана характеристика різних видів транспортних систем, наведено основні напрями оптимізації транспортних систем без урахування проміжних транспортних пунктів.

**Формулювання цілей статті.** Цілями статті є проаналізувати вплив функціонування мережі автомобільних доріг на макродинаміку розвитку країни; визначити співвідношення валового внутрішнього продукту й чистого національного продукту залежно від впливу функціонування мережі автомобільних доріг на макроекономічному рівні; зробити аналіз залежності «інвестиції – функціонування мережі автомобільних доріг – чистий національний продукт»; розробити дискретну модель макродинаміки розвитку мережі автомобільних доріг.

#### **Виклад основного матеріалу.**

*Аналіз впливу функціонування мережі автомобільних доріг на макродинаміку розвитку країни.*

Функціонування мережі автомобільних доріг належить до процесів матеріально-речовинного відтворення, де об'єктом досліджень є суспільно-економічна система. Через це аналіз впливу функціонування мережі доріг на макродинаміку розвитку країни виявляє матеріально-речовинні зв'язки, що властиві цим процесам, які в загальному вигляді можуть бути описані такими рівняннями [11; 12]:

$$\bar{Q}(t) = \phi[Q(t), W(t)]; \quad (1)$$

$$Q(t) = F[Q(t), W(t)]. \quad (2)$$

де  $W(t)$  – вектор вхідних перемінних;  
 $Q(t)$  – вектор вихідних перемінних або вектор станів (залежно від постановки задачі).

Спочатку розглянемо методологічні питання, що пов'язані з визначенням вхідних (вихідних) перемінних і перемінних стану для економічної системи у цілому. Так як у цьому випадку внутрішня структура економічної системи, тобто галузеві, внутрішньогалузеві та територіальні зв'язки й пропорції, стає нецікавою, то рівняння (1) перетворюється так:

$$\bar{Q}(t) = f[Q(t), W(t)]. \quad (3)$$

Як вхідна змінна економічної системи прийнята інтенсивність суспільного споживання, це визначає цілі матеріального виробництва. У загальному випадку як вхід приймається інтенсивність національного доходу –  $W(t)$ .

Як вихідні змінні макромоделі можна обрати інтенсивності ВВП  $Z(t)$  або ЧНП  $V(t)$ , що пов'язані між собою співвідношенням:

$$Z(t) = X(t) + V(t), \quad (4)$$

де  $X(t)$  – інтенсивність проміжного (додаткового) продукту, що спрямовується на відшкодування спожитих при виробництві матеріальних благ (сировини, матеріалів, енергії).

ВВП  $Z(t)$  за матеріальним складом являє собою сукупність вироблених предметів праці, засобів праці та продуктів виробничого споживання. ЧНП  $V(t)$  являє собою сукупність засобів праці, що призначені для накопичення й відшкодування  $G_e(t)$ , а також продуктів невиробничого споживання (у тому числі, невиробничого користування мережею автомобільних доріг)  $C(t)$ :

$$V(t) = G_e(t) + C(t), \quad (5)$$

де  $G_e(t)$  – валові інвестиції, у тому числі реновація (видатки дорожнього фонду).

Валовими капітальними вкладеннями (виробничими інвестиціями) будемо вважати накопичені та відшкодовані засоби праці. Питання про співвідношення виробничих і невиробничих інвестицій розглянемо окремо.

Після визначення вхідних перемінних споживання  $C(t)$  або  $W(t)$  та вихідних змінних ВВП  $Z(t)$  або ЧНП  $V(t)$  напрямом подальшого аналізу є система:

$$\dot{Z}(t) = f_1(Z(t), C(t) \text{ або } W(t)) \quad (6)$$

або

$$\dot{V}(t) = f_2(Z(t), C(t) \text{ або } W(t)). \quad (7)$$

За умов динамічного аналізу економічної системи основним питанням є з'ясування джерел, чинників зростання виробництва, тобто змін ВВП або ЧНП, що в безперервному випадку описуються похідними:

$$\dot{Z}(t) \equiv \frac{dZ}{dt} \text{ та } \dot{V}(t) \equiv \frac{dV}{dt}.$$

Обсяг державних інвестицій і продуктивність визначає межу ефективного користування мережею автомобільних доріг. Тому, уважаючи фіксованою залежність між інвестиціями та додатковою транспортною роботою (продукцією функціонування мережі автомобільних доріг як мети її кінцевого споживання – користування нею), можна розрахувати, яким чином ці інвестиції позначаються на прирості ВВП або ЧНП. Ураховуючи припущення «за інших рівних умов», достатньо досліджувати лише динаміку ЧНП  $V(t)$  залежно від впливу функціонування мережі автомобільних доріг.

*Визначення співвідношення ВВП та ЧНП залежно від впливу функціонування мережі автомобільних доріг на макrorівні.*

Припускається існування лінійної залежності відшкодування проміжного (додаткового) продукту, створюваного за рахунок транспортної роботи мережі автомобільних доріг, від ВВП:

$$X(t) = a(t) \cdot Z(t), \quad (8)$$

де  $a(t)$  – частка поточних витрат як співвідношення обсягу послуг автомобільного транспорту від ВВП або гранична схильність до користування мережею доріг.

За всілякої умовності такої гіпотези можна казати, що вона достатньо характеризує реальні залежності між відшкодуванням спожитих у транспортному процесі матеріальних благ (сировини, матеріалів, енергії) та обсягами транспортної роботи. Підставляючи (8) у (4) отримуємо:

$$Z(t) = a(t)Z(t) + V(t), \quad (9)$$

звідки  $Z(t) = [1 - a(t)]^{-1} V(t)$

$$\text{або } Z(t) = \bar{a}(t)V(t), \quad (10)$$

$$\text{де } \bar{a}(t) = [1 - a(t)]^{-1}. \quad (11)$$

Залежність (11) показує, що з точністю до коефіцієнта пропорційності  $a = a(t)$  можна замінити дослідження динаміки валового внутрішнього продукту динамікою чистого національного продукту.

Економічний сенс співвідношення (11) може бути пояснений таким чином.

Нехай:

$$a(t) = a = \text{const},$$

тоді зі співвідношення  $Z(t) = \bar{a}V(t)$  (12)

походить, якщо ЧНП  $V(t)$  збільшується на одну одиницю, то відповідна зміна ВВП  $Z(t)$  має бути  $a = (1 - a)^{-1}$ . Таким чином, величина  $\bar{a}(t)$  є мультиплікатором, показує збільшення валових витрат, що викликається виробництвом додаткової одиниці ЧНП за рахунок збільшення відповідної транспортної роботи.

За економічним сенсом  $a(t)$  (гранична схильність до користування мережею) задовольняє умові

$$0 < a < 1, \quad (13)$$

тому що не може бути від'ємних витрат, поточні витрати завжди існують і завжди менші за ВВП (у супротивному випадку виробництво суспільного продукту було б безглуздом).

Визначення *мультиплікативного ефекту* утворення валових витрат на одиницю ЧНП. З урахуванням (13) для величини  $\bar{a}$  існує розкладання в ряд по ступенях  $a$ , тобто:

$$\bar{a} = (1 - a)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} a^i, \quad (14)$$

через це має місце співвідношення:

$$Z(t) = (1 + a + a^2 + \dots)V(t), \quad (15)$$

яке описує процес утворення валових витрат (ВВП), необхідних для виробництва чистого національного продукту. Вираз (15) показує *мультиплікативний ефект* утворення валових витрат на одиницю чистого національного продукту. Співвідношення (15) характеризує статичні пропорції, що відбуваються в транспортному процесі, тому що не розкриває джерела зростання чистого національного продукту, а отже, і ВВП.

*Аналіз залежності «інвестиції – функціонування мережі автомобільних доріг – чистий національний продукт».*

Державні інвестиції  $G(t)$ , вкладені в мережу автомобільних доріг, є тим матеріальним чинником, що викликає подальше збільшення масштабів транспортного процесу, а отже, приріст ЧНП  $V(t)$ :

$$H_R(t) = \int_0^t D(\xi)d\xi + H_R(t) \quad (16)$$

або

$$\frac{dH_R}{dt} = D(t). \quad (17)$$

де  $H_R(t)$  – наявна вартість мережі автомобільних доріг, що функціонує на момент часу  $t$ ;  $D(t)$  – державні інвестиції в розвиток мережі автомобільних доріг.

Величини ЧНП  $V(t)$  і державних інвестицій  $D(t)$  є інтенсивностями, що характеризують потоки загального об'єму транспортної роботи (продукції функціонування мережі доріг як мети її кінцевого споживання – користування нею) та державних інвестицій у мережу автомобільних доріг. ЧНП є результатом перетворення в транспортному процесі виробництва різноманітних матеріальних чинників: будівництва й утримання автомобільних доріг, застосування відповідної дорожньої техніки, робочої сили, а також перевезень вантажів і пасажирів автомобільними дорогами як руху транспортних потоків.

Залежність, що моделює взаємозв'язок інтенсивностей використання матеріальних чинників із кінцевими результатами транспортного процесу:

$$V(t) = F[R(t), L(t)], \quad (18)$$

де  $R(t)$  – інтенсивність використання мережі автомобільних доріг;

$L(t)$  – інтенсивність використання автомобільного транспорту.

Визначення залежності інтенсивності використання мережі автомобільних доріг від її розмірів (довжини, кількості смуг, щільності мережі):

$$R(t) = 1 \cdot H_R(t), \quad (19)$$

Відзначимо, що, якщо розмірність  $H_R(t)$  – грошові одиниці, то розмірність  $R(t)$  – грошові одиниці/час, де символ «1» розмірності [1/час] узгоджує залишкову вартість мережі автомобільних доріг (ураховуючи довжину доріг, кількість смуг руху та їхній стан) з інтенсивністю її використання.

Швидкість зміни ЧНП (за рахунок прискорення транспортного процесу) дорівнює:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial R} \cdot \frac{dR}{dt} + \frac{\partial V}{\partial L} \cdot \frac{dL}{dt}$$

або

$$\frac{dV}{dt} = \left( \frac{\partial V}{\partial R} + \frac{\partial V}{\partial L} \cdot \frac{dL}{dR} \right) \frac{dR}{dt}, \quad (20)$$

де  $\frac{\partial V}{\partial R}$  – гранична ефективність використання мережі автомобільних доріг;

$\frac{\partial V}{\partial L}$  – продуктивність автомобільного транспорту;  
 $\frac{dL}{dR}$  – вплив умов зручного руху транспортних потоків автомобільними дорогами на зміну кінцевого обсягу виконаної транспортної роботи при зміні інтенсивності використання мережі автомобільних доріг  $\frac{dR}{dt}$ .

У більш компактному вигляді (20) може бути записане з урахуванням (19), уважаючи, що  $L$  залежить від  $R$ , так:

$$\frac{dV}{dt} = \phi[R(t)] \cdot \frac{dR}{dt}. \quad (21)$$

У залежності (21) як матеріальний чинник, що викликає зростання кінцевого обсягу виконаної транспортної роботи, виступають державні інвестиції, причому всі внутрішні структурні зміни функціонування мережі автомобільних доріг акумулюються у функції  $\phi[R(t)]$ .

Існують дві найпростіші гіпотези щодо функції  $\phi[R(t)]$ :

$$\phi[R(t)] = \chi^{-1}(t) \quad (22)$$

$$\phi[R(t)] = \chi^{-1} = const. \quad (23)$$

Перша гіпотеза припускає, що функція  $\phi$ , яка характеризує *ефективність використання державних інвестицій у мережу доріг*, змінюється в часі, друга – будується на припущенні допустимості її апроксимації в аналізованому інтервалі часу деяким середнім значенням.

Перетворюючи (17), (19) і (21), отримаємо:

$$\frac{dH_R}{dt} = \bar{\chi}(t) \frac{dV(t)}{dt} = D(t), \quad (24)$$

де  $\bar{\chi}(t)$  – коефіцієнт капіталомісткості мережі автомобільних доріг у прирості ЧНП.

При постійному значенні коефіцієнта  $\bar{\chi}$  диференціальне рівняння, що описує зміну інтенсивності зростання ЧНП:

$$\bar{\chi}(t) \frac{dV(t)}{dt} = D(t), \quad (25)$$

є аналогічним рівнянню руху матеріального тіла з постійною масою  $\bar{\chi}$ , що рухається з прискоренням  $\dot{U}(t)$  під впливом сили  $D(t)$ , яка залежить від часу. Таким чином, коефіцієнт  $\bar{\chi}$  характеризує «інерційність» суспільно-економічної системи відповідно до функціонування мережі автомобільних доріг, пов'язаної з рухом транспортних потоків автомобільними дорогами загального значення. Його розмірність – [час], це впливає з того, що розмірність  $\dot{U}$  у вартісному вираженні [грошова одиниця/час<sup>2</sup>], а державних інвестицій – [грошова одиниця/час]. Так, якщо  $\bar{\chi}$  дорівнює, наприклад, чотирьом рокам, то це означає, що інвестиції інтенсивністю 1 [грошова одиниця/рік] забезпечують річний приріст інтенсивності отримання чистого національного продукту на 0,25 [грошова одиниця/рік].

На підставі (11) співвідношення, аналогічне (24), може бути записане для приросту інтенсивності ВВП за рахунок впливу функціонування мережі доріг:

$$\chi(t) \frac{dZ(t)}{dt} = D(t), \quad (25)$$

$$\text{де } \chi(t) = \bar{a}^{-1}(t) \cdot \bar{\chi}(t), \quad (26)$$

де  $\chi(t)$  – коефіцієнт приросту фондомісткості мережі автомобільних доріг у ВВП.

За умови  $\chi = const$  приріст фондомісткості мережі автомобільних доріг у ВВП з точністю до постійного множника збігається з його середнім приростом. Дійсно, за визначенням, фондомісткість мережі автомобільних доріг у створенні чистого національного продукту (при дотриманні умови (19)):

$$\bar{h} = \frac{H_R(t)}{V(t)} \quad (28)$$

або

$$\frac{dH_R(t)}{dt} = \bar{h} \frac{dV(t)}{dt}, \quad (29)$$

звідки походить (див. 24), що  $\bar{h}$  є еквівалентним  $\bar{\chi}$ .

Через це надалі варто використовувати для позначення впливу мережі автомобільних доріг щодо формування ЧНП і ВВП один символ  $\chi$ , саме цим підкреслюється спільність методологічного підходу до аналізу зв'язків «державні інвестиції – чистий національний продукт» і «державні інвестиції – ВВП».

Державні інвестиції в мережу автомобільних доріг становлять частину створюваного чистого національного продукту, а саме формуються за рахунок збору акцизу з нафтопродуктів та інших

податкових надходжень. Вони є функцією залежності переходу до інвестування від схильності до споживання. Їх інтенсивність  $\epsilon$  (за умов відсутності запізнювання в їхньому формуванні):

$$D(t) = \rho(t) \cdot T(t), \quad (30)$$

$$0 < \rho(t) < 1,$$

де  $\rho(t)$  – схильність до інвестування держави в розвиток мережі доріг;

$T(t)$  – акциз із нафтопродуктів та інші податкові надходження до державного бюджету.

Зміна чистого національного продукту як функції часу походить із (24) і (30) у вигляді диференціального рівняння:

$$\frac{dV(t)}{dt} - \chi^{-1}(t)\rho(t)V(t) = 0 \quad (31)$$

або

$$\frac{dV(t)}{dt} - \omega(t)V(t) = 0, \quad (32)$$

де

$$\omega(t) = \frac{\rho(t)}{\chi(t)} \quad (33)$$

є темпом приросту чистого національного продукту.

Рішенням рівняння (33) є функція:

$$V(t) = \exp\left[\int_0^t \omega(\xi)d\xi\right] V(0), \quad (34)$$

що описує динаміку створення ЧНП на інтервалі  $[0, t]$  за умови, що для  $t = 0$  його інтенсивність дорівнює  $V(0)$ . З отриманого видно: зростання ЧНП відбувається по експоненті.

Визначення впливу запізнювань у бюджетному фінансуванні, що призводить до «недоремонту» автомобільних доріг.

Затримки в бюджетному фінансуванні, а отже, у реалізації державного інвестування, зменшують розмір темпу приросту чистого національного продукту. Завдяки ненульовим термінам виконання дорожніх робіт і впровадженням у дію заходів з удосконалення дорожніх умов інвестиції року  $t$  призводять до збільшення чистого національного продукту в році  $t + \tilde{T}$ , де  $\tilde{T}$  означає затримку (лаг) у реалізації державних інвестицій [13]:

$$D(t) = D^0(t - \tilde{T}) = \rho \cdot V(t - \tilde{T}), \quad (35)$$

а (24) модифікується у

$$\chi \frac{dV}{dt} = D(t - \tilde{T}) \quad (36)$$

$$\text{або } \chi \frac{dV}{dt} = \rho \cdot V(t - \tilde{T}). \quad (37)$$

$$\text{Темп приросту ЧНП: } \omega(t) = \left[\frac{\rho}{\chi}\right] e^{-\omega \tilde{T}}. \quad (38)$$

З (38) походить, що якщо період освоєння затримується через бюджетне недофінансування,

то темп ЧНП зменшується. Якщо період освоєння дорівнює нулю ( $\bar{T} = 0$ ), то темп приросту ЧНП збігається з величиною, що визначається із (33).

Визначення необхідного бюджетного фінансування через оцінку впливу термінів функціонування мережі доріг на темп приросту ЧНП.

До цього моменту розглянуті лише «чисті» інвестиції, тобто та їх частина, що викликає збільшення чистого національного продукту. У дійсності обмежені строки сталого функціонування мережі автомобільних доріг через їх фізичне зношення (старіння) викликають витрати на їх поточний ремонт та утримання. Джерелом покриття має бути фінансування з державного бюджету в межах його доходів  $V_T$  (акцизи з нафтопродуктів, тощо). Ось чому на вдосконалення мережі автомобільних доріг спрямовуються валові інвестиції  $D_e(t)$ , які складаються з чистих інвестицій  $D(t)$ , та ресурсне забезпечення поточного ремонту й утримання автомобільних доріг  $D_r(t)$ :

$$D_e(t) = D(t) + D_r(t). \quad (39)$$

Припустимо, що дороги зношуються рівномірно протягом строку їх функціонування  $\theta$ , звідки фінансування автомобільних доріг  $A(t)$  має бути:

$$A(t) = \frac{H_R(t)}{\theta}. \quad (40)$$

Так як термін ефективного функціонування доріг дорівнює  $\theta$ , має місце співвідношення:

$$D_r(t) = D_e(t - \theta). \quad (41)$$

З урахуванням (39) і (41) рівняння (24) запишеться у вигляді:

$$\frac{dV}{dt} = \chi^{-1} [D_e(t) - D_e(t - \theta)]. \quad (42)$$

Якщо припустити, що автомобільні дороги мають відновлюватися в суворій відповідності до їх фізичного зносу (старіння), тобто  $D_r(t) = A(t)$ , то рівняння (30) при постійному  $\rho$  запишеться так:

$$D(t) = \rho \cdot [V_T(t) - A(t)], \quad (43)$$

при цьому (39) має вигляд:

$$D_e(t) = \rho \cdot V_T(t) + (1 - \rho) \cdot A(t). \quad (44)$$

Підставляючи (40) у (44) та використовуючи (24) у припущенні, що  $\chi = const$ , отримуємо:

$$D_e(t) = \left[ \rho + \frac{\chi}{\theta} \cdot (1 - \rho) \right] \cdot V_T(t). \quad (45)$$

Нехай валові інвестиції зростають із темпом  $\omega$ , тоді:

$$D_e(t) = D_e(0) \cdot e^{\omega t}$$

та

$$D_e(t - \theta) = D_e(0) \cdot e^{\omega(t - \theta)} \quad (46)$$

З урахуванням (42) і (46) отримаємо таку залежність між приростом ЧНП і валовими державними інвестиціями в мережу автомобільних доріг:

$$\frac{dV_T}{dt} = \chi^{-1} \cdot D_e(0) \cdot e^{\omega t} \cdot (1 - e^{-\omega\theta}), \quad (47)$$

рішенням якого є функція

$$V_T(t) = \frac{1}{\chi\omega} \cdot D_e(0) \cdot e^{-\omega t} \cdot (1 - e^{-\omega\theta}). \quad (48)$$

Підставляючи (44) у рівняння (41), знаходимо співвідношення, що визначає темп приросту  $\omega$ :

$$\omega = \left[ \frac{\rho}{\chi} + \frac{(1 - \rho)}{\theta} \right] \cdot (1 - e^{-\omega\theta}). \quad (49)$$

Визначення впливу роботи автомобільного транспорту як елемента транспортної системи на темпи приросту чистого національного продукту.

Найважливішим матеріальним фактором, що обумовлює транспортний процес, є саме автомобільні перевезення. Визначимо вплив саме цих перевезень автомобільними дорогами на темпи приросту чистого національного продукту. Доповнимо рівняння (5) рівняннями зв'язку:

$$L(t) = b(t) \cdot V(t); \quad (50)$$

$$S(t) = \gamma(t) \cdot L(t) = \gamma(t) \cdot b(t) \cdot V(t); \quad (51)$$

де  $L(t)$  – інтенсивність використання автотранспорту на автомобільних дорогах загального користування;

$b(t)$  – ризик виникнення аварійності автотранспорту в одиниці ЧНП;

$\gamma(t)$  – об'єми дорожнього руху.

Підставимо (51) у (5) і, приймаючи  $D_e(t) \equiv D(t)$ , отримаємо:

$$\frac{dV(t)}{dt} - \chi^{-1}(t) \cdot [1 - \gamma(t) \cdot b(t)] \cdot V(t) = 0$$

або при постійних коефіцієнтах:

$$\frac{dV}{dt} - \chi^{-1} \cdot [1 - \gamma \cdot b] \cdot V(t) = 0. \quad (52)$$

Рішення рівняння (52) знаходиться аналогічно рішенням (32). Оцінюючи параметр рівняння, робимо висновок, що він є значенням темпу приросту ЧНП:

$$\omega = \frac{(1 - \gamma \cdot b)}{\chi}. \quad (53)$$

Залежність (53) указує на необхідність узгодження капіталомісткості мережі автомобільних доріг та об'ємів дорожнього руху, тобто конкретизує зв'язок темпів приросту й основних пропорцій у суспільно-економічній системі.

Визначивши *вигоди від заходів щодо покращення безпеки руху для суспільства* (зниження аварійності), можна довести необхідність збільшення обсягів ресурсного забезпечення дорожнього господарства, у тому числі ресурсне забезпе-

чення заходів із підвищення безпеки дорожнього руху на рівні держави та її окремих регіонів.

Таким чином, проведене математичне моделювання функціонування мережі доріг дає змогу перейти до синтезу моделей прогнозування розвитку мережі автомобільних доріг загального користування в транспортній системі України.

**Висновки.** Установлено, що головними напрямками визначення ефективності макrorівня функціонування мережі автомобільних доріг є:

- аналіз впливу функціонування мережі автомобільних доріг на макродинаміку розвитку країни; визначення співвідношення валового внутрішнього продукту й чистого національного продукту залежно від впливу функціонування мережі автомобільних доріг на макроекономічному рівні;

- аналіз залежності «інвестиції – функціонування мережі автомобільних доріг – чистий національний продукт»;

- розробка дискретної моделі макродинаміки розвитку мережі автомобільних доріг.

Напрямами наступних досліджень є синтез моделей прогнозування розвитку мережі автомобільних доріг, у тому числі:

- аналіз темпів і пропорцій суспільно-економічного відтворення;

- розробка основ прогнозування розвитку мережі автомобільних доріг;

- визначення принципів і критеріїв оптимізації суспільно-економічної ефективності функціонування мережі автомобільних доріг як складника економічної системи суспільства.

#### Список літератури:

1. Мазуренко О.О., Кудряшов А.В. Перспективи подальшого розвитку міжнародних транспортних коридорів України. *Збірник наукових праць Дніпропетровського національного університету залізничного транспорту*. 2016. № 2. С. 25–30.
2. Концева В.В., Макарова Т.В. До питання вибору магістралей для аналізу транспортних потоків. *Збірник наукових праць ДААТ*. 2015. № 4. С. 8–12.
3. Прейгер Д.К., Собкевич О.В., Ємельянова О.Ю. Реалізація потенціалу транспортної інфраструктури України в стратегії посткризового економічного розвитку. Київ : НІСД, 2014. С. 37–40.
4. Чернявська Т.А. Стратегічні напрями розвитку транспортно-комунікативної системи України в контексті забезпечення національної безпеки і самодостатності. *Вісник Нац. гірн. ун-ту*. 2015. № 3. С. 68–76.
5. Брагінський В.В. Розвиток транспортно-логістичної системи як форма реалізації транзитного потенціалу України. *Державне управління: теорія і практика*. 2014. № 2. URL: <http://www.academy.gov.ua/ej/ej14/index.htm>.
6. Михайличенко К.М. Відновлення транзитного потенціалу як чинник підвищення конкурентоспроможності України. *Стратегічні пріоритети*. 2015. № 4. С. 59–65.
7. Собкевич О.В., Михайличенко К.М., Ємельянова О.Ю. Механізми ефективного використання та розвитку потенціалу транспортно-дорожнього комплексу України : аналітична доповідь. Київ : НІСД, 2014. 60 с.
8. Cancela H., Mauttone M., María E. Mathematical programming formulations for transit network design. *Transportation Research. Part B: Methodological*. 2015. V. 77. P. 17–37.
9. Sung S., Dubey G.C., Shrivastava R. Various Method to Solve the Optimality for the Transportation Problem. *Statistical Mechanics and its Applications*. 2016. V.12. P. 161–169.
10. Teodorovic D., Janic M. Transportation Systems. *Transportation Engineering*. 2016. № 2. P. 5–62.
11. Системологія на транспорті / Е.В. Гаврилов, В.К. Доля, О.Т. Лановий та ін. ; під ред. М.Ф. Дмитриченка. Київ : Знання України, 2005. Кн. 1 : Основи теорії систем і управління. 344 с.
12. Кобринский Н.Е., Майминас Е.З., Смирнов А.Д. Введение в экономическую кибернетику : учебное пособие. Москва : Экономика, 1975. 343 с.
13. Кудина Л.И. Методические основы оценки эффективности инвестиционных проектов. Киев : Изд-во КМУГА, 1997. 18 с.

#### **Kyselov V.B., Lanovyi A.T., Kosharnyi O.M. MATHEMATICAL MODELING OF THE INFLUENCE OF THE FUNCTIONING OF THE ROAD NETWORK ON THE ECONOMY OF UKRAINE**

*The purpose of the article is to develop mathematical models of the impact of the functioning of the road network on the economy of Ukraine, to determine the directions of macroeconomic efficiency of the functioning of the road network. The purpose of the network of public roads is to ensure uniform land access to all regions of the country, as well as safe and secure movement of people and transportation of goods with appropriate efficiency. Highways are one of the subsystems of the transport system of Ukraine, which, in turn, is an element of the economic system of the country. They are a social product, important, providing society with a service that*

*brings it significant benefits. Constant underfunding leads to so-called “road failures”. As a result of the study it was found that the main areas of determining the effectiveness of the macro level of the road network are: analysis of the impact of the road network on the macrodynamics of the country; determine the ratio of gross domestic product and net national product depending on the impact of the functioning of the road network at the macroeconomic level; dependence analysis “Investments – Operation of the road network – Net national product”; development of a discrete model of macrodynamics of road network development. – it allows to develop a basis for creation of effective system of forecasting and management of functioning and development of a network of highways. Analysis of the functioning of the road network allowed to present it as part of the socio-economic system of reproduction of macro indicators of the functioning of the economic system of the country - net national product and national income; it allows to make synthesis of models of forecasting of development of a network of highways, including: to analyze rates and proportions of social and economic reproduction; to develop bases of forecasting of development of a network of highways; to determine the principles and criteria for optimizing the socio-economic efficiency of the road network as a basis for creating an effective system for forecasting and managing the functioning and development of the road network.*

**Key words:** *mathematical modeling of public roads network, transport system of Ukraine, macro level of functioning of the economic system of the country, efficiency of functioning, gross domestic product, net national product, national income, international transport corridors.*